

①大学（薬・香薬以外）

② 入試区分

Ⅱ期

③ 出題科目

数学Ⅰ

④ 出題の意図

数学Ⅰの出題範囲（数と式，集合と命題，2次関数，図形と計量，データ分析）の中から特定の分野に偏ることなくバランスよく出題し、以下のような項目について評価できるような問題を出題した。

- ・ 基本的な事柄・公式が理解できているか。
- ・ 基本的な計算力が身についているか。
- ・ 数学的・論理的な思考ができるか。
- ・ 問題文を読んで、それを定式化・図式化し、適切な公式を選定・組み合わせて解答を導出することができるか。

数学 I

I 次の問い（1～3）に答えよ。

1 $y = -4x^2 + 8x - 9$ のグラフを平行移動したもので、頂点が x 軸上にあり、点 $(-6, -16)$ を通る 2 次関数を求めよ。

2 木の根もとから水平に 15 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると、水平面とのなす角が 21° であった。目の高さを 1.6 m として、木の高さを小数第 2 位を四捨五入して求めよ。ただし、 $\sin 21^\circ = 0.3584$, $\cos 21^\circ = 0.9336$, $\tan 69^\circ = 2.6051$ とする。

3 表 1 は、5 本の紅葉の木について、根もとの太さ x (cm) と高さ y (m) を測定した結果を示したものである。

表 1

(1) 表 1 の散布図をかけ。

	①	②	③	④	⑤
x	21	27	29	23	30
y	13	18	19	15	20

(2) 表 2 の空欄 ア～クに入る数字を求めよ。ただし、 x の平均値を $\bar{x}$, y の平均値を $\bar{y}$ とする。

表 2

	x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
①	21	13	-5	-4	20	25	キ
②	27	18	1	1	ウ	1	1
③	29	19	3	2	6	オ	4
④	23	15	-3	-2	6	9	4
⑤	30	20	4	3	12	16	9
計	ア	イ			エ	カ	ク

- (3) x と y との相関係数 r を小数第 2 位を四捨五入して求めよ。ただし,
 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{17} = 4.123$ とする。

Ⅱ 次の問い（１～４）に答えよ。

１ 次の式を因数分解せよ。

(1) $(z-x)^2 - 16y^2$

(2) $9x^2 + 36xy + 36y^2$

２ 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{5}{\sqrt{50}}$

(2) $\frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{6}}{3\sqrt{5} + \sqrt{6}}$

３ 連立不等式 $\begin{cases} x \geq 4(3-x) - 7 \\ \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4} \end{cases}$ を解け。

- ４ 20 人のグループ A には、120 円のノートを、一人につき同じ冊数配る。
10 人のグループ B には、80 円のノートを、グループ A で一人に配った 2 倍の冊数を配る。代金の合計を 1 万円以下になるようにするためには、グループ A とグループ B に一人当たり何冊までノートを配ることができるか。

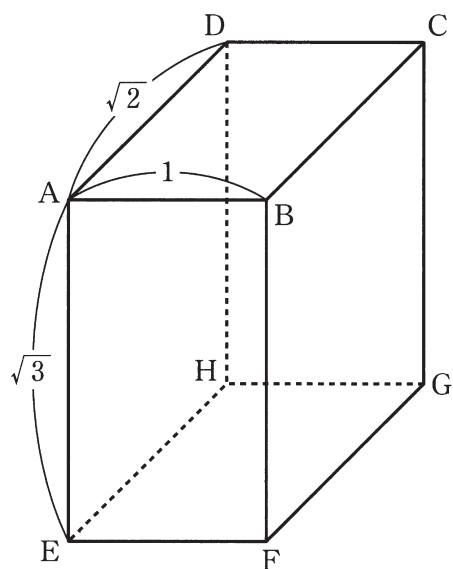
Ⅲ 図に示すように $AB=1$, $AD=\sqrt{2}$, $AE=\sqrt{3}$ であるような直方体 $ABCD-EFGH$ について、次の問い（1～4）に答えよ。

1 $\cos \angle CAF$ の値を求めよ。

2 $\sin \angle CAF$ の値を求めよ。

3 $\triangle ACF$ の面積を求めよ。

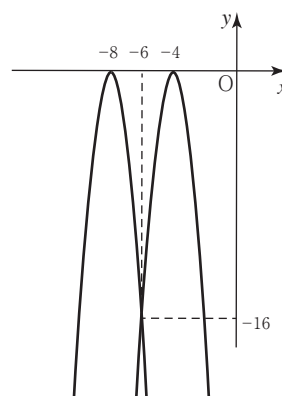
4 $\triangle ACD$, $\triangle AEF$, $\triangle CFG$, $\triangle ACF$ の面積をそれぞれ S_1 , S_2 , S_3 , S_4 とするとき、 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - S_4^2$ の値を求めよ。



I

- 1 条件により, $y = -4x^2$ のグラフを x 軸に沿って平行移動したものと考えれば良い。
 x 軸に沿って b だけ平行移動した 2 次関数は, $y = -4(x-b)^2$ と表せる。
 点 $(-6, -16)$ を通るから, $-16 = -4(-6-b)^2$ より, $b = -8, -4$ となる。
 よって,

$$\begin{aligned} y &= -4(x+8)^2 \\ &= -4x^2 - 64x - 256 \\ y &= -4(x+4)^2 \\ &= -4x^2 - 32x - 64 \end{aligned}$$



- 2 右の図において

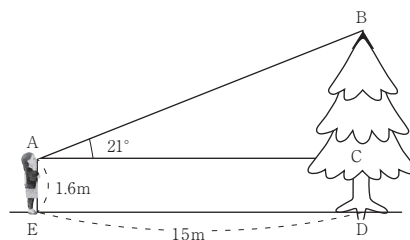
$$\begin{aligned} BC &= AC \times \tan 21^\circ \\ &= 15 \times 0.3839 \\ &= 5.759 \end{aligned}$$

また, 右の図より

$$CD = AE = 1.6$$

よって, 木の高さ BD は

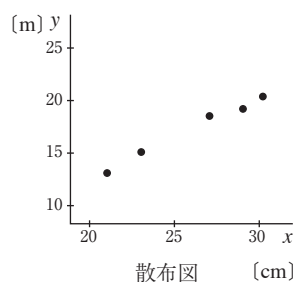
$$\begin{aligned} BD &= BC + CD \\ &= 5.759 + 1.6 \\ &= 7.359 \\ &= 7.4 \text{ (m)} \end{aligned}$$



$\tan 21^\circ$ は以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \text{i) } \tan 21^\circ &= \frac{\sin 21^\circ}{\cos 21^\circ} = \frac{0.3584}{0.9336} = 0.3839 \\ \text{ii) } \tan 21^\circ &= \frac{1}{\tan 69^\circ} = \frac{1}{2.6051} = 0.3839 \end{aligned}$$

- 3 (1) 散布図は下図のようになる。



(2)

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
130	85	1	45	9	60	16	34

$$\begin{aligned} (3) \text{ 相関係数 } r &= \frac{\frac{1}{5} \cdot 45}{\sqrt{\frac{1}{5} \cdot 60} \sqrt{\frac{1}{5} \cdot 34}} = \frac{45}{2\sqrt{15} \sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{15}}{2\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{5}}{2\sqrt{2}\sqrt{17}} \\ &= \frac{3 \times 1.732 \times 2.236}{2 \times 1.414 \times 4.123} = 0.996 \approx 1.0 \end{aligned}$$

II

- 1 (1) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ より, $a = z-x, b = 4y$
 $\therefore (z-x+4y)(z-x-4y)$
 (2) $9x^2 + 36xy + 36y^2 = 9(x^2 + 4xy + 4y^2)$
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ より, $a = x, b = 2y$
 $\therefore 9(x+2y)^2$

$$2 \quad (1) \quad \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5\sqrt{50}}{50} = \frac{5 \times 5\sqrt{2}}{50} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{6}}{3\sqrt{5} + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{5} + 3\sqrt{6})(3\sqrt{5} - \sqrt{6})}{(3\sqrt{5} + \sqrt{6})(3\sqrt{5} - \sqrt{6})} = \frac{15 - \sqrt{30} + 9\sqrt{30} - 18}{45 - 6} = \frac{8\sqrt{30} - 3}{39}$$

$$3 \quad x \geq 4(3-x) - 7$$

$$x \geq 12 - 4x - 7$$

$$5x \geq 5$$

$$\therefore x \geq 1$$

$$\frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$$

$$4(x-1) \leq 6(x+2)$$

$$4x - 4 \leq 6x + 12$$

$$-2x \leq 16$$

$$\therefore x \geq -8$$

答え $\therefore x \geq 1$

$$4 \quad \text{グループ A に一人あたりに配る冊数を } x \text{ とすると,}$$

$$20 \times 120 \times x + 10 \times 80 \times 2x \leq 10000$$

$$2400x + 1600x \leq 10000$$

$$4000x \leq 10000$$

$$\therefore x \leq 2.5$$

$\therefore x = 2$ となり, グループ A は 2 冊, グループ B は 4 冊配ることができる。

Ⅲ

$$1 \quad AC = \sqrt{\sqrt{2}^2 + 1^2} = \sqrt{3}, \quad AF = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2} = 2, \quad CF = \sqrt{\sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{5}$$

余弦定理より,

$$\cos \angle CAF = \frac{AC^2 + AF^2 - CF^2}{2 \times AC \times AF} = \frac{\sqrt{3}^2 + 2^2 - \sqrt{5}^2}{2 \times \sqrt{3} \times 2} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$2 \quad \sin \angle CAF = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{11}{12}} = \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{33}}{6}$$

$$3 \quad AC \times AF \times \sin \angle CAF \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$4 \quad S_1 = \triangle ACD = \frac{\sqrt{2} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad S_2 = \triangle AEF = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_3 = \triangle CFG = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ より, } S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = \frac{11}{4}$$

$$\text{前問より } S_4^2 = \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$$

よって,

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - S_4^2 = 0$$